

V SKYRIUS

ŠVIESOS DIFRAKCIJA

Sklindant elektromagnetinei bangai vienalytėje terpėje geometrinė bangos fronto forma nekinta. Jei banga sklinda nevienalytėje terpėje, kurioje yra neskaidrių kliūčių arba sričių su staigiu lūžio rodiklio pokyčiu, bangos frontas iškrypsta ir jos intensyvumo pasiskirstymas erdvėje pakinta. Vyksta reiškinys, vadinamas *difrakcija*. Difrakcija suprantamas bet koks šviesos nuokrypis nuo tiesaus sklidimo, nepaaiškinamas atspindžiu ir lūžiu.

Ryškiausi difrakcijos reiškiniai matomi sklindant šviesai arti neskaidrių kliūčių, nors jie vyksta ir už skaidrių objektų. Difrakcija vyksta visada, kai amplitudės arba fazės pokytis nevienodas visame bangos fronto paviršiuje, t. y. kai pažeistas lokalinis bangos frontas. Šviesos pluoštelių apertūrą bandymuose visada lemia prietaisų angos, diafragmos, todėl difrakcija tam tikru laipsniu vyksta visuose optiniuose prietaisuose. Dažnai difrakcijos reiškiniai užmaskuoti optinių atvaizdų neidealumu dėl lęšių aberacijų ir kitomis priežastimis. Kai kitos priežastys yra minimalios, difrakcija dominuoja. Difrakcija lemia optinių prietaisų galimybes ir matavimų tikslumą.

Optikoje skiriamos dvi difrakcijos rūšys: *Frenelio difrakcija* ir *Fraunhoferio* (Fraunhofer) *difrakcija*. Frenelio difrakcija (sferinių bangų difrakcija) yra bendresnė palyginus su Fraunhoferio (plokščiųjų bangų difrakcija).

Problemos, su kuriomis susiduriama nagrinėjant difrakcijos reiškinius, yra sudėtingiausios optikoje ir retai jas pasiseka išspręsti iki galo. Daugumoje atveju dėl matematinių sunkumų naudojami artutiniai metodai, grindžiami Hiuigenso principu.

5.1. FRENELIO DIFRAKCIJA

5.1.1. HIUIGENSO IR FRENELIO PRINCIPAS

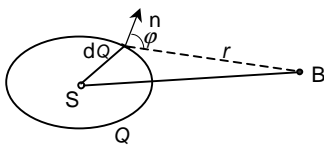
Hiuigenso principas teigia, kad kiekvienas bangos fronto taškas yra antrinių sferinių bangų šaltinis, o bangos frontas bet kurio kitu laiko momentu yra šių elementariųjų bangų gaubtinė.

Pagal tokią Hiuigenso principo formuluotę galima spręsti užduotis, susijusias su bangos fronto sklidimo kryptimi, tačiau ji nenusako įvairiomis kryptimis sklindančių bangų intensyvumo. Be to Hiuigenso teiginyje nieko nekalbama apie bangos ilgį; reiškia teiginys taikomas bet kokio ilgio bangoms.

Frenelis papildė Hiuigenso principą teiginiu, kad antrinės bangos yra koherentinės ir interferuoja tarp savęs. Formaliai nusakyta antrinių bangų gaubtinė įgauna fizikinę prasmę – tai paviršius, kuriame dėl antrinių bangų tarpusavio interferencijos atstojamosios bangos intensyvumas yra didžiausias.

Papildytas Hiuigenso principas vadinamas *Hiuigenso ir Frenelio principu*. Jis yra pagrindinis bangų optikos principas, kuris padeda nusakyti atstojamosios bangos intensyvumą įvairiomis kryptimis, t. y. spręsti šviesos difrakcijos užduotis.

Apgaubkime spindulių S paviršiumi Q ir panagrinėkime trikdį taške B už Q ribų (5.1.1.1 pav.). Pašalinkime spindulį S , o paviršių Q laikysime



5.1.1.1 pav. Švytinčiojo paviršiaus poveikis

švytinčiuoju. Spinduliuotė iš atskirų jo elementų dQ pasiekia tašką B ir savo visuma nusako trikdį jame. Virpesių amplitudė (kartu ir intensyvumas) taške B priklauso nuo elemento dQ matmenų, atstumo r ir kampo φ tarp r ir normalės n . Kadangi visų elementų dQ elementariųjų antrinių bangų fazės nusakomos banga atėjusia iš S , tai jie

yra koherentiniai ir sklindančios iš dQ antrinės bangos interferuoja tarp savęs. Jų poveikį galima įvertinti kaip interferencijos reiškinį ir Hiuigenso idėja apie gaubiamosios vaidmenį nustoja būti prielaida ir tampa tik interferencijos dėsnų pasekme.

Jei paviršius Q yra sfera, visų elementų dQ fazės vienodos. Jei Q kitoks, dQ fazės nevienodos, tačiau patys elementai lieka koherentiniais.

Kai tarp spinduolio S ir taško B yra neskaidri kliūtis su anga, reikia įskaityti šios kliūties poveikį. Papildomas paviršius parenkamas taip, kad anga jame būtų taip užpildyta šviesa, kad būtų patogų spręsti norimą uždutį. Manoma, kad kliūtis paviršiuje amplitudės yra lygios nuliui, o pereinančiame kliūtis angą paviršiuje jos parenkamos taip, lyg kliūtis visai nebūtų, t. y. manoma, kad neskaidrus kliūtis nevaicina jokio vaidmens.

Įvertinant elementų dQ sklaidžiamų antrinių bangų interferencijos rezultata, nustatoma intensyvumo vertė bet kuriame taške už kliūtis. Visų elementų poveikio sumavimas yra sudėtingas integralinis skaičiavimas. Frenelis parengė du sumavimo metodus:

– geometrinį, naudojamą ašinės simetrijos uždutims (Frenelio zonų metodas);

– bendrąjį analitinį, naudojant Frenelio integralus. Jis labai patogus sprendžiant uždutis apie šviesos difrakciją ekrano krašte, stačiakampiame plyšyje ir kt.

5.1.2. FRENELIO ZONŲ METODAS

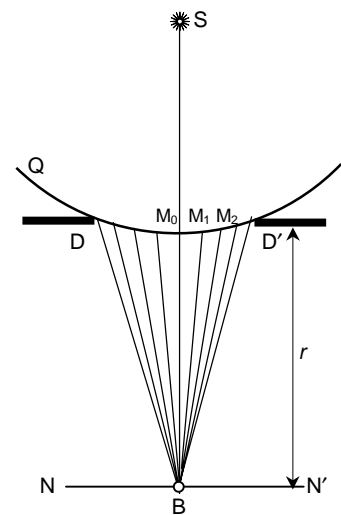
Panagrinėsime šviesos sklidimą pro apskritą angą neskaidrioje kliūtyje. Tarkim, kad apskrita anga DD' praleidžia dalį sferinės bangos, sklindančios iš taškinio spinduolio S (5.1.2.1 pav.).

Nusakysime bangos poveikį taške B atstumu r už kliūtis. Suskirstysime bangos paviršių Q į žiedines zonas (*Frenelio zonas*) taip, kad atstumai nuo zonos kraštų iki taško B skirtųsi $\lambda/2$, t. y.

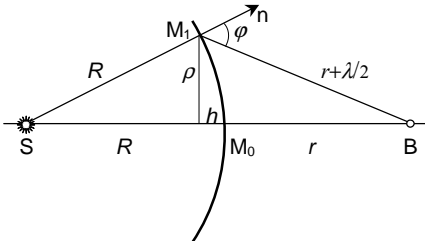
$$M_1B - M_0B = M_2B - M_1B = \dots = \lambda/2.$$

Taip suskirsčius bangos frontą, į tašką B ateinančiųjų virpesių fazės iš atitinkamų gretimų zonų bus priešingos.

Rasime tokiu būdu sukurtų zonų matmenis. Pirmajai zonai (5.1.2.2 pav.) sudaroma tokia išraiška:



5.1.2.1 pav. Frenelio zonos



5.1.2.2 pav. Pirmoji Frenelio zona

$$\begin{aligned}\rho^2 &= R^2 - (R-h)^2 = \\ &= (r + \lambda/2)^2 - (r+h)^2.\end{aligned}$$

Kadangi R ir $r \gg \lambda$, tai

$$h = \frac{r}{R+r} \frac{\lambda}{2}. \quad (5.1.2.1)$$

Sferinio segmento, kurio spindulys ρ , plotas $\sigma_0 = 2\pi R h$. Įrašius (5.1.2.1) išraišką gaunama tokia lygybė:

$$\sigma_0 = \frac{\pi R r}{R+r} \lambda.$$

Taigi Frenelio metodu bangos frontas suskirstomas į vienodo ploto σ_0 zonas. Iš atskirų zonų į tašką B ateinančių virpesių amplitudės priklauso nuo atstumo r ir kampo φ . Didėjant zonos numeriui k didėja atstumas r_k ir kampas φ . Todėl iki taško B iš atskirų zonų ateinančių virpesių amplitudės monotoniškai mažėja:

$$a_1 > a_2 > \dots > a_k > a_{k+1} > \dots$$

Kadangi iš gretimų zonų į tašką B ateinančių virpesių fazės yra priešingos, tai suminio virpesio amplitudė

$$A_B = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - \dots \pm a_k. \quad (5.1.2.2)$$

Ženklas prie a_k teigiamas kai k nelyginis, ir neigiamas kai k lyginis.

Akivaizdu, kad esant lyginiam zonų skaičiui jų poveikis poromis silpnina viena kitą ir suminio virpesio amplitudė A_B taške B nedidelė. Kai zonų skaičius nelyginis, vienos zonos poveikis lieka nesusilpnintas ir A_B yra didesnė.

Tikslesnę A_B vertę galima nustatyti tokiu būdu. (5.1.2.2) išraiškoje nelyginiai nariai padalijami į du:

$$a_1 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2}; \quad a_3 = \frac{a_3}{2} + \frac{a_3}{2}; \dots$$

Tada kai k nelyginis suminė amplitudė

$$\begin{aligned}A_B &= \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots \\ &+ \left(\frac{a_{k-2}}{2} - a_{k-1} + \frac{a_k}{2} \right) + \frac{a_k}{2},\end{aligned} \quad (5.1.2.3)$$

o kai k lyginis:

$$A_B = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots \quad (5.1.2.4)$$

$$+ \left(\frac{a_{k-3}}{2} - a_{k-2} + \frac{a_{k-1}}{2} \right) + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k.$$

Kadangi amplitudės a_k monotoniškai mažėja didėjant k , apytiksliai galima manyti, kad zonos k poveikio amplitudė lygi $(k-1)$ ir $(k+1)$ zonų sukeltų virpesių amplitudžių sumos pusei:

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}.$$

Tada visi dedamieji skliausteliuose (5.1.2.3) ir (5.1.2.4) išraiškose bus lygūs nuliui ir

$$A_B = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2}, \quad \text{kai } k \text{ nelyginis, o}$$

$$A_B = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k, \quad \text{kai } k \text{ lyginis.}$$

Kai zonų pakankamai daug, $(k-1)$ ir k zonų sukeltų virpesių amplitudės mažai skiriasi tarpusavyje, t. y.

$$\frac{a_{k-1}}{2} - a_k = -\frac{a_k}{2}.$$

Tada

$$A_k = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2};$$

čia ženklas „+“ atitinka nelyginį k , o „-“ – lyginį zonų skaičių k .

Skylutėje telpančių zonų skaičius priklauso nuo angos ploto santykio su atskiros zonos plotu bei nuo angos padėties atžvilgiu spinduolio. Tariant, kad h mažas dydis, iš 5.1.2.2 pav. galima išreikšti centrinės zonos spindulį

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{Rr}{R+r}} \lambda$$

ir k -sios zonos spindulį

$$\rho_k = \sqrt{k \frac{Rr}{R+r}} \lambda.$$

Šios zonos spindulys yra kartu ir nagrinėjamosios angos spindulys. Taigi spindulio $\rho = \rho_k$ anga atidengia dalį bangos fronto, kuriame telpa k zonų:

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho(R+r)}{Rr}. \quad (5.1.2.4)$$

Suminio virpesio amplitudė taške B priklauso nuo atidengtųjų zonų skaičiaus, kurį lemia taško vieta. Įvairiems taškams k skirtingas. Tuose taškuose, kuriuose k nelyginis, A_B didesnė, o kuriuose k lyginis – A_B mažesnė.

Kadangi amplitudės kvadratas nusako intensyvumą, tai išilgai linijos M_0B šviesos intensyvumas kinta. Jei spindulio, angos ir stebimo taško B tarpusavio padėtis pastovi, tai intensyvumas taške B priklauso nuo angos spindulio ρ ir bangos ilgio λ .

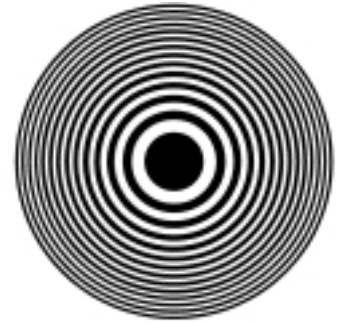
Jei angos matmenys begaliniai, paskutiniosios zonos a_k poveikis nykstamasis ir suminio virpesio amplitudė $A_B = a_1/2$, t. y. kai bangos frontas visiškai atidarytas, visos bangos poveikis ekvivalentus pusei centrinės zonos poveikiui. Kai k didelis, tai $a_k/2$ mažas ir A_B beveik nesiskiria nuo A_B , kai anga begalinė. Taigi kai atidengtų zonų skaičius didelis, angos matmenys neįtakoja intensyvumui taške B. Jei šviesa sklįsta tiesiai, angos matmenys iš viso neturėtų įtakoti intensyvumui taške B. Todėl galima teigti, kad išvados, išplaukiančios iš bangų įvaizdžių ir įvaizdžių apie tiesialinijinį šviesos sklindimą, sutampa, kai atidengtųjų zonų skaičius didelis.

Iš (5.1.2.4) išraiškos galima įvertinti šių zonų skaičių. Pvz., jei sklinda plokščioji banga ($R = \infty$), stebimas taškas B yra atstumu $r = 50$ cm nuo angos, angos spindulys $\rho = 0,5$ cm, bangos ilgis $\lambda = 500$ nm, tada $k = 100$. Toliau didinimas neturi įtakos šviesos intensyvumui taške B, t. y. atrodytų, kad šviesa sklinda tiesiai. Padidinus r iki 50 m, $k = 1$ ir tada banginis šviesos sklindimo pobūdis akivaizdus.

5.1.3. ZONINĖ PLOKŠTELĖ

Suskirsčius bangos frontą į nelygines ir lygines Frenelio zonas, galima padaryti tokį difrakcinę kliūtį, kuri išskirtų lygines arba nelygines zonas. Tokia kliūtis vadinama *zoline plokštele*. Suminis tik lyginių arba tik nelyginių zonų poveikis, žinoma, bus didesnis nei visiškai atviro bangos fronto.

Zoninė plokštelė – tai bendracentrinė žiedų sistema, kurioje kas antras žiedas yra neskaidrus (5.1.3.1 pav.). Atstumų skirtumas tarp žiedo kraštų iki ekrano lygus $\lambda/2$. Skaidriųjų zonų poveikis stebimame taške dėl interferencijos yra stiprinantis. Jei yra k žiedų (skaidriųjų arba neskaidriųjų), tai stebimame taške amplitudė padidėja $2k$ kartų.



5.1.3.1 pav. Zoninė plokštelė

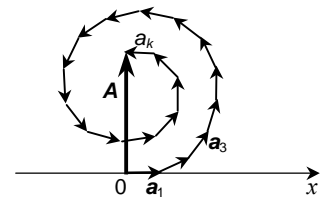
Intensyvumą galima dar labiau padidinti, jei pereinančiąjai lygines (arba nelygines) zonas šviesai sudaryti papildomą fazės vėlavimą puse periodo. Tada visų zonų fazės vienodos ir amplitudė padidėja $4k$ kartų.

Tokios zoninės plokštelės vadinamos *fazinėmis zoninėmis plokštelėmis*. Pagal veikimą fazinė zoninė plokštelė analogiška lęšio veikimui, nors židinio vieta labai priklauso nuo bangos ilgio. Praktikoje jos retai naudojamos, nes tokiu būdu atvaizdų sukūrimo teorija yra gan sudėtinga.

5.1.4. GRAFINIS ATSTOJAMOSIOS AMPLITUDĖS NUSTATYMAS

Atstojamąjį šviesos bangos poveikį taške B patogiu nagrinėti grafiniu virpesių sudėties būdu. Naudojamas amplitudės vektorius \mathbf{a} , kurio ilgis nusakoma amplitudės vertę, o kampas tarp vektoriaus ir kokios nors krypties x – pradinę virpesio fazę. Sudedant keletą virpesių, suminis virpesys nusakomas vektoriumi \mathbf{A} , lygiu vektorinei \mathbf{a}_i sumai.

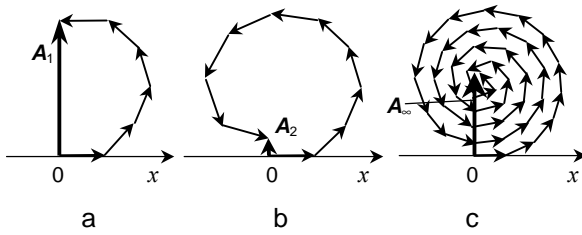
Suskirstykime bangos fronto paviršių į vienodo ploto žiedines zonas, panašias į Frenelio zonas, bet gerokai siauresnes (pazones). Pirmosios tokios pazonės sukeltas virpesys taške B vaizduojamas vektoriumi \mathbf{a}_1 . Tarkim, kad pradinė šio virpesio fazė lygi nuliui. Tada \mathbf{a}_1 nukreiptas palei x ašį (5.1.4.1 pav.). Antrosios pazonės poveikį nusakoma vektorius \mathbf{a}_2 , kuris pakrypęs, nes antrosios pazonės fazė skiriasi nuo pirmosios. Šio vektoriaus ilgis beveik toks pats kaip ir pirmojo. Taip dėlįojant vektorius toliau susidaro laužtė. Atstojamasis virpesys stebimame taške B bus nusakomas vektoriumi \mathbf{A} , jungiančiu pirmojo vektoriaus pradžią su vektoriaus \mathbf{a}_k galu, atitinkančiu paskutiniosios atvirosios zonos sukeltąjį



5.1.4.1 pav. Grafinė atskirų zonų virpesių amplitudžių vektorių sudėtis

virpesi.

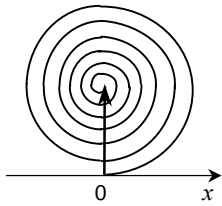
Jei bangos frontas suskirstytas taip, kad gretimųjų pazonių sukeltų virpesių fazių skirtumas pastovus ir lygus, pavyzdžiui, $\pi/6$, tai paskutiniojo



5.1.4.2 pav. Virpesių amplitudžių vektorių sudėtis

vektorius A_1 lemia centrinės Frenelio zonos sudaromą bangos amplitudę. Analogiškai vektorius A_2 (5.1.4.2 b pav.) sąlygoja dviejų pirmųjų Frenelio zonų atstojamąją amplitudę. Šiuo atveju vektoriaus A_2 ilgis gerokai mažesnis už A_1 ilgį. Tai atitinka anksčiau pateiktą išvadą, kad taške B amplitudė yra didesnė, kai atvira viena zona nei dvi. Priklausomai nuo atvirųjų zonų skaičiaus, susidaro skirtingos virpesių amplitudės taške B. Visiškai atidengtam bangos frontui atitinka be galo didelis zonų skaičius ir laužtė

asimptotiškai artėja į centrą (5.1.4.2 c pav.). Iš palyginimo galima teigti, kad $A_\infty = A_1/2$, o tai sutampa su algebrinio sumavimo rezultatu.



5.1.4.3 pav. Visos bangos poveikio diagrama

Ribiniu atveju, kai yra be galo daug zonų ir pazonės nykstamai siauros, laužtė virsta spirale (5.1.4.3 pav.). Taigi visa banga nusakomi virpesiai taške B faze sutampa su virpesiais, kuriuos galėtų sukurti centrinė Frenelio zona ir amplitudės vertė yra lygi tik pusei šio virpesio amplitudės.

5.1.5. FRENELIO METODO TAIKYMAS

Frenelio metodu galima išspręsti daug difrakcijos užduočių. Panagrinėsime keletą. Manysime (pagal Frenelį), kad dalis šviesos bangos, kuri uždengta neskaidria kliūtimi, neturi poveikio, o neuždengtoji dalis veikia taip, lyg ir nebūtų kliūtis. Ši prielaida nėra triviali ir arti kliūtis krašto tai ne visai teisinga. Tačiau daugumoje praktinių atvejų Frenelio metodas pakankamai teisingai nusako reiškinį ir galima jį sėkmingai taikyti.

5.1.5.1. DIFRAKCIJA APSKRITOJE ANGOJE

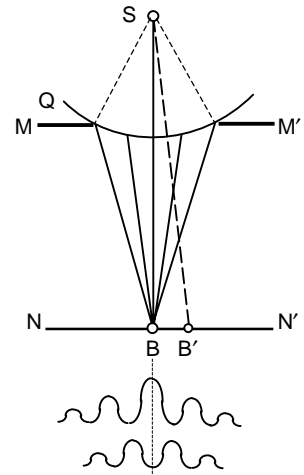
Tarkim, kad sklindanti iš taškinio spinduolio S banga Q (5.1.5.1.1 pav.) krinta į neskaidrią kliūtį MM' su apskrita anga. Išsiaiškinsi-
me koks bus šviesos intensyvumo pasiskirsty-
mas ekrane NN' lygiagrečiai pastumtame su
MM' ir nutolusiame tam tikru atstumu. Jei šviesa
sklistų tiesiai, tai matytųsi skritulys lygiais
kraštais, bet iš tikrųjų matomas sudėtingas vaiz-
das.

Atstojamąjį poveikį taške B nustatėme
anksčiau (žr. § 5.1.2). Intensyvumas taške B bus
didesnis arba mažesnis už intensyvumą kai
frontas visiškai atviras, ir priklauso nuo to, nely-
ginis ar lyginis Frenelio zonų skaičius telpa an-
goje.

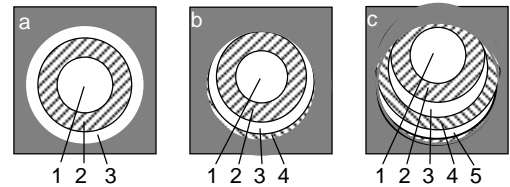
Dėl difrakcijos kliūties simetrijos AB li-
nijos atžvilgiu šviesos intensyvumas (apšvieta)
įvairiuose ekrano taškuose priklauso tik nuo at-
stumo iki difrakcinio vaizdo centro (taško B).

Kaip anksčiau minėta, taške B intensyvumą nusako atvirųjų Frenelio zonų
skaičiaus lygiškumas. Jei, pvz., angoje telpa trys zonos (5.1.5.1.2 a pav.),
difrakcinio vaizdo centre bus
intensyvumo maksimumas. Į
tašką B ateina šviesa iš visų
trijų zonų. Pasislinkime į tašką
B'. Tada AB' nebus ekrano
MM' su anga simetrijos ašis.

Taške B' Frenelio zonos atrodys
jau kitaip. Angos kraštai užden-
gia dalį trečiosios zonos, bet kartu iš dalies atidengia ketvirtąją zoną
(5.1.5.1.2 b pav.). Dėl to intensyvumas sumažėja ir esant tam tikrai taško B'
vietai tampa lygus nuliui. Einant toliau į tašką B'', angos kraštai iš dalies
uždengia ne tik trečiąją, bet ir antrąją Frenelio zoną, nors kartu iš dalies at-
sidengia penktoji zona, ir į tašką B'' ateina šviesa iš visų pirmosios ir iš at-
skirų 2 ÷ 5 zonų taškų (5.1.5.1.2 c pav.). Atvirųjų nelyginių zonų dalių po-



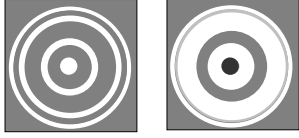
5.1.5.1.1 pav. Difrakcija apskritoje angoje



5.1.5.1.2 pav. Frenelio zonų padėtys

veikis viršija lyginių zonų atvirųjų vietų poveikį ir intensyvumas bus didelis, nors gerokai mažesnis nei taške B.

Taigi difrakcinis vaizdas už apskritos angos yra pasikartojančių šviesių ir tamsių bendracentrinųjų žiedų sistema (5.1.5.1.3 pav.). Centre yra arba šviesi (kai zonų skaičius nelyginis), arba tamsi (kai lyginis) dėmė. Šie vaizdai keičia vienas kitą, jei ekranas NN' stumdomas lygiagrečiai su MM' .

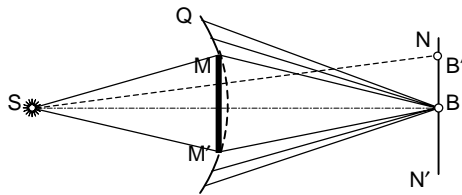


5.1.5.1.3 pav. Difrakcijos už apskritos angos vaizdai

Jei anga atidengia ne daugiau kaip vieną Frenelio zoną, ekrane bus išplitusi šviesi dėmė, šviesūs ir tamsūs žiedai nematomi. Kai anga atidengia didelį zonų skaičių, šviesių ir tamsių žiedų kaita matoma tik labai siauroje srityje arti geometrinio šešėlio, o arti taško B apšviestumas beveik tolygus.

5.1.5.2. DIFRAKCIJA NESKAIDRIAME DISKELYJE

Tarkim, kad neskaidrus diskelis MM' (5.1.5.2.1 pav.) uždengia pirmąsias k Frenelio zonas. Tada į tašką B ateina virpesiai iš visų likusiųjų zonų,



5.1.5.2.1 pav. Difrakcija apskritame ekrane

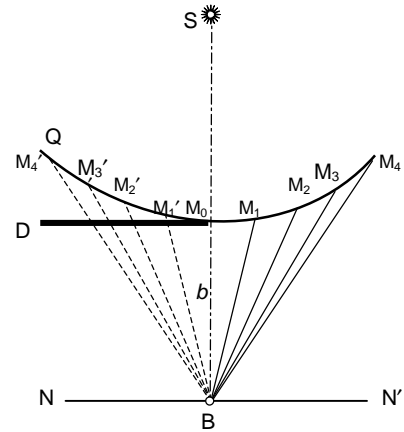
pradedant $(k + 1)$ -ja. Suminė visų likusiųjų zonų amplitudė taške B lygi $A_B = a_{k+1}/2$. Kai uždengta nedaug zonų, $a_{k+1} \approx a_1$, ir tada šviesos intensyvumas taške B mažai skiriasi nuo intensyvumo, kai kliūtis tarp A ir B nėra. Žiūrint iš

taško B' matyti, kad diskelis uždengia dalį $(k + 1)$ -osios Frenelio zonos ir iš dalies atidengia k -ąją zoną, dėl ko intensyvumas taške B' susilpnėja. Toliau vėl susidaro silpnėsnis maksimumas, vėl minimumas ir t. t.

Taigi neskaidraus diskelio atveju difrakcinis vaizdas yra pasikartojantys šviesūs ir tamsūs žiedai. Centre nepriklausomai nuo k vertės visuomet bus šviesi dėmė. Ši šviesi dėmė literatūroje žinoma kaip *Puasono* (Poisson) dėmė.

5.1.5.3. DIFRAKCIJA UŽ TIESAUS KLIŪTIES KRAŠTO

Šviesos bangos kelyje pastatykime neskaidrią plačią kliūtį D su tiesia briauna (5.1.5.3.1 pav.), o atstumu $b = BM_0$ ekraną NN' vaizdo stebėjimui. Bangos paviršių suskirstykime taip, kad ilgiai BM_0, BM_1, BM_2, \dots ir BM_1', BM_2', \dots skirtųsi pastoviu dydžiu δ . Dėl to ateinantys į tašką B virpesiai iš gretimųjų zonų skirsis pastovaus dydžio faze.



5.1.5.3.1 pav. Difrakcija už tiesaus kliūties krašto

Nubrėškime per bangos fronto centrą S ir taškus M_i plokštumas, lygiagrečius su briauna D. Tada bangos paviršius bus suskirstytas į zonas, kurių plotai tarpusavyje nevienodi.

Įvertinsime zonos plotą. Tarkime, kad spindulio yra toli nuo kliūtis ir į ją krinta plokščioji banga. Tada pirmosios zonos plotis (5.1.5.3.2 pav.) lygus:

$$d_1 = \sqrt{(b + \delta)^2 - b^2} = \sqrt{2b\delta + \delta^2} \approx \sqrt{2b\delta}$$

o pirmųjų k zonų bendras plotis

$$\begin{aligned} d_1 + d_2 + \dots + d_k &= \sqrt{(b + k\delta)^2 - b^2} = \\ &= \sqrt{2bk\delta + k^2\delta^2} \approx \sqrt{2bk\delta} = d_1 \sqrt{k} . \end{aligned}$$

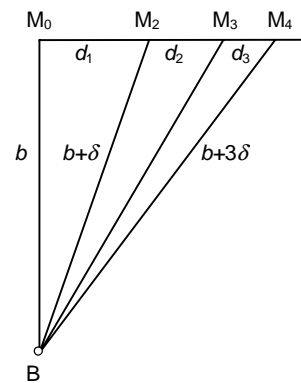
$$\text{Tada } d_k = \sum d_i - \sum d_{i-1} = d_1 (\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$$

ir santykiai tarp zonų pločių:

$$d_1 : d_2 : d_3 : d_4 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : \dots \quad (5.1.5.3.1)$$

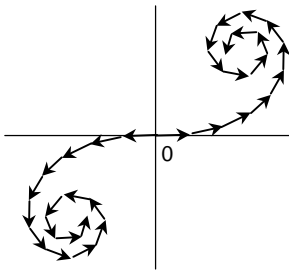
Tokie pat santykiai bus ir tarp zonų plotų.

Suskaidykime kiekvieną zoną į atskiras pazones vienodo fazių pokyčio principu naudojant grafinį metodą. Šių pazonių plotai santykiauja taip pat kaip ir zonų pločiai (5.1.5.3.1). Atskirų pazonių sukeltų virpesių amplitudės taške B iš pradžių mažėja greitai, o po to lėčiau. Taip grafiškai su-



5.1.5.3.2 pav. Zonos pločio skaičiavimas

muojant atskirų pazonių virpesius, laužtė pradžioje lėkštesnė negu žiedinių pazonių atveju, kurių plotai beveik vienodi. Kadangi zonos k ir k' išsidėsčiusios simetriškai B taško atžvilgiu, tai atitinkamų zonų virpesius nusakantieji vektoriai išsidėsto simetriškai O atžvilgiu (5.1.5.3.3 pav.).



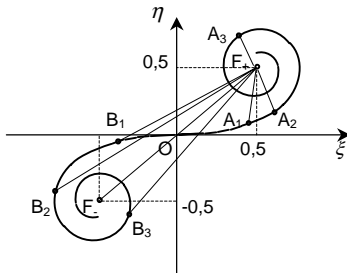
5.1.5.3.3 pav. Grafinė amplitudžių vektorių sudėtis, esant difrakcijai už kliūtis krašto

Kai zonos plotis nykstamai mažas, laužtė tampa kreive, vadinama *Korniu* (Cornu) *spirale* (5.1.5.3.4 pav.).

Korniu spiralės lygties analitinė išraiška parametrinėje formoje tokia:

$$\eta = \int_0^v \sin\left(\frac{\pi u^2}{2}\right) du; \quad \xi = \int_0^v \cos\left(\frac{\pi u^2}{2}\right) du.$$

Tai Frenelio integralai. Jei integravimo ribos $\pm \infty$, tai kiekvieno integralo vertė $\pm 0,5$. Parametras v išreiškiamas taip:



5.1.5.3.4 pav. Korniu spiralė

$$v = x' \sqrt{\frac{2a}{\lambda b(a+b)}};$$

čia a – atstumas nuo spindulio iki kliūtis su briauna, b – atstumas nuo briaunos iki stebimos plokštumos NN' , x' – atstumas nuo B iki nagrinėjamosios nykstamai siauros zonos vektoriaus projekcijos į ekraną.

Kai banga plokščioji, $a = \infty$ ir tada

$$v = x' \sqrt{\frac{2}{\lambda b}}.$$

Vertės v žymimos spiralėje. F_+ ir F_- – spiralės židiniai, kurių koordinatės $\eta = \pm 0,5$; $\xi = \pm 0,5$.

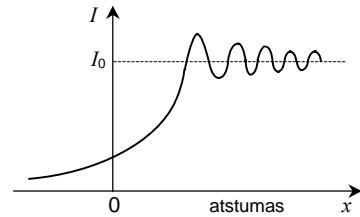
Naudojant Korniu spiralę galima nustatyti virpesių amplitudes taškuose, esančiuose bet kuriuo atstumu nuo geometrinio šešėlio krašto. Jei nagrinėjamas taškas B yra geometrinio šešėlio riboje, visos brūkšneliu pažymėtos zonos bus uždengtos. Nebrūkšniuotųjų zonų virpesius nusako dešinioji spiralės dalis. Todėl atstojamasis virpesys nusakomas vektoriumi OF_+ .

Jei nagrinėjami taškai pastumti į geometrinio šešėlio pusę, ekranas su briauna vis labiau uždengia nebrūkšniuotas zonas. Todėl atstojamoji ampli-

tudė nusakoma vektoriumi, kurio pradžia slenka dešiniąja spiralės dalimi paeiliui iš taškų A_1, A_2, A_3, \dots (atkarpos $A_1F_+, A_2F_+, A_3F_+, \dots$) ir artėja į židinį F_+ . Amplitudės vertė monotoniškai artėja į nulį.

Jei taškas B slenka nuo ribos į dešinę, prie nebrūkšniuotųjų zonų papildomai atsidengia vis daugiau brūkšniuotųjų zonų. Atstojamąją amplitudę nusako vektorius, jungiantis židinį F_+ paeiliui su taškais B_1, B_2, B_3, \dots (atkarpos $F_+B_1, F_+B_2, F_+B_3, \dots$). Amplitudės vertės didėja ir mažėja, t. y. matysime maksimumus ir minimumus.

Kai bangos frontas visiškai atidengtas, amplitudę nusako atkarpa F_+F_+ , kuri yra du kartus didesnė už amplitudę geometrinio šešėlio riboje. Atitinkamai intensyvumas riboje sudaro $\frac{1}{4} I_0$; čia I_0 – intensyvumas kai nėra kliūtis. Intensyvumo skirstinys ekrane pavaizduotas 5.1.5.3.5 pav.

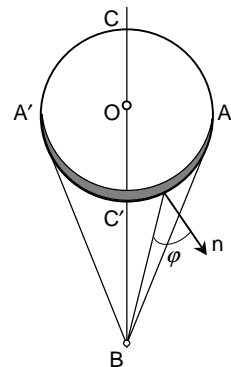


5.1.5.3.5 pav. Šviesos intensyvumo skirstinys kai šviesa difraguoja už kliūtis krašto

5.1.6. PASTABOS FRENELIO METODUI

Iš nagrinėtųjų įvairių difrakcinių vaizdų (difrakcija apskritoje angoje, už neskaidraus diskelio, už tiesios kliūtis briaunos) išplaukia, kad Frenelio metodas teisingai nustato atstojamosios bangos amplitudę, jei kliūtis arba angos matmenys nėra bangos ilgio eilės. Tačiau Frenelio metode yra principinių neaiškumų.

1. Vertinant elementariųjų bangų sklindančiųjų iš atskirų zonų interferenciją, tenka manyti, kad bangos fronto elemento virpesio amplitudė priklauso nuo kampo φ tarp statmens į bangos paviršių ir linkmės į stebimą tašką B (5.1.6.1 pav.). Didžiausia amplitudė yra virpesių, ateinančių į tašką B iš paviršiaus elemento C' , kuriame $\varphi = 0$. Amplitudės iš taškų A ir A' , kuriuose $\varphi = \pi/2$, lygios nuliui. Amplitudės virpesių iš visų paviršiaus elementų, kuriuose $\varphi > \pi/2$, taip pat lygios nuliui.



5.1.6.1 pav. Antrinių bangų amplitudės priklausomybė nuo kampo φ

2. Frenelio metodas pateikia neteisingą suminio virpesio fazės vertę, kuri skiriasi nuo matomos dydžiu $\pi/2$. Ir tikrai,

jei skylutė praleidžia mažą centrinės Frenelio zonos dalį, tai virpesiai taške B vaizduojami pirmąją rodyklėle, nukreipta išilgai x . Jei bangos frontas visiškai atviras, virpesiai taške B nusakomi vektoriumi A_∞ , kuris statmenas x (žr. § 5.1.4.2 pav.), t. y. atstojamoji fazė atsilieka dydžiu $\pi/2$.

Taigi Frenelio metodas teisingai įvertina pagalbinių spinduolių skleidžiamųjų bangų amplitudes, bet neteisingai nusako jų fazes.

3. Pagal Hiuigenso principą turėtų būti dvi bangos: viena sklinda nuo spinduolio pirmyn ir antroji, susidaranti taip pat kaip elementariųjų bangų gaubiamoji ir nukreipta į priešingą pusę, į spinduolį. Hiuigenso principu nutylima apie atbulinę bangą. Nieko neminima ir Hiuigenso bei Frenelio principu.

Atbulinės bangos neigimas tam tikru laipsniu paslėptas Frenelio prielaidoje apie antrinių bangų amplitudės priklausomybę nuo kampo φ . Ši priklausomybė 5.1.6.1. pav. pavaizduota apskritimo linijos storio kitimu.

Atbulinės bangos nebuvimą galima aiškinti taip. Iš kiekvieno paviršiaus S taško trikdys sklinda kaip pirmyn taip ir atgal. Tačiau prieš paviršių S trikdžio dar nėra ir poveikis iššaukia toki trikdį, kurį matome. Tuo tarpu už paviršiaus S (užnugaryje) trikdys jau atėjo ir S poveikis nukreiptas tam, kad šį atėjusį trikdį kompensuotų. Abiejų poveikių – tiesioginio ir atbulinio – rezultate trikdys pereina S ir sklinda toliau į B.

Analogiškas tokio poveikio pavyzdys yra impulso sklidimas susiliečiančių rutulių grandinėje. Rutulys, kuris smūgiavo kitą rutulį, deformuojasi ir po to stengdamasis sugrįžti į pradinę padėtį pats tampa impulso šaltiniu, nukreiptu kaip pirmyn, taip ir atgal. Bet atgal nukreiptas impulsas išeikvojamas užlėkusio iš užnugario rutulio stabdymui, o pirmyn nukreiptas impulsas pastumia kitą rutulį pirminio impulso linkme. Reiškia impulsas perduodamas pirmyn nuo rutulio prie rutulio.

Nežiūrint šių trūkumų, Frenelio metodu galima teisingai apskaičiuoti intensyvumus (tuo pačiu ir apšviestumą) sudėtingose su difrakcija susijusiose užduotyse. Frenelio darbų dėka bangų optika tvirtai atsistojo ant kojų ir gavo platų pripažinimą.

Vėliau Kirchhofas (*Kirchhoff*) matematiškai pagrindė Hiuigenso ir Frenelio metodą ir formaliai pašalino visus minėtus Frenelio metodo trūkumus. Tenka pabrėžti, kad ir Kirchhofo teorijoje liko silpnų vietų. Pvz., Kirchhofo metode nekreipiamas dėmesys į ekrano medžiagos poveikį šviesos laukui arti jo. Tiksliai sprendžiant difrakcijos užduotis bangų funkciją reikia spręsti naudojant kraštines sąlygas, kurias nusako kliūčių fizikinės savybės.

Griežtas difrakcijos užduoties sprendimas, kai elektromagnetinė banga sklinda arti kliūtis, buvo sėkmingas tik palyginti nedaugeliui paprastųjų atvejų. Zomerfeldas (*Sommerfeld*) išsprendė difrakcijos už idealiai laidaus ekrano krašto užduotį. Čia atsiradę nesutapimai aiškinami tuo, kad bandyme negalima tiksliai realizuoti teorines sąlygas, nes realus ekranas nėra idealiai laidus bei nykstamai plonas ir neturi idealiai aštraus krašto.

5.2. FRAUNHOFERIO DIFRAKCIJA

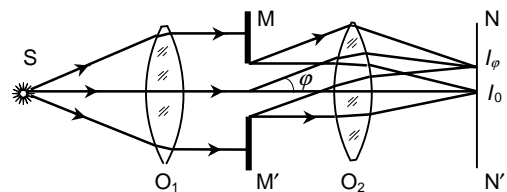
Iki šiol nagrinėjome sferinių bangų difrakciją, tiriant apšviestumo skirstinį ekrane, esančiame baigtiniu atstumu nuo kliūtis ir stebėjimas vyko be kokių nors optinių prietaisų. Kitokią difrakcijos reiškinių stebėjimo metodą pasiūlė Fraunhoferis.

Jei atstumas nuo kliūtis iki stebimo taško yra labai didelis palyginus su jo matmenimis, tada stebimame taške antrinės bangos bus plokščiosios. Fraunhoferio metodu difrakcinis vaizdas stebimas lęšio židinio plokštumoje, kurioje surenkamos plokščiosios šviesos bangos, iš dalies užtvirtos neskaidria kliūtimi. Taigi čia nagrinėjama šviesos difrakcija lygiagrečiuose spinduliuose. Ji pavadinta *Fraunhoferio difrakcija*.

Iš principo Fraunhoferio difrakcija nesiskiria nuo Frenelio difrakcijos, tačiau detalus šio difrakcijos tipo nagrinėjimas yra svarbus, nes jis plačiai naudojamas sprendžiant daugelį užduočių, susijusių su optinių prietaisų (difrakcinių gardelių, optinių instrumentų ir t. t.) veikimu. Kita vertus, matematinis daugumos svarbių difrakcijos lygiagrečiuose spinduliuose klausimų sprendimas nėra palyginti sunkus ir yra baigtinis.

Fraunhoferio sąlygoms artimos sąlygos susidaro tada, kai taškinis spindulius S yra lęšio O_1 židinyje, o antrasis lęšis O_2 surenka šviesą židinio plokštumoje NN' (5.2.1 pav.).

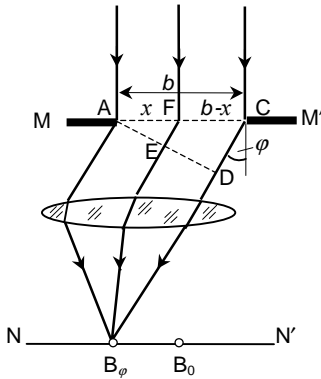
Šis lęšis įvairiose židinio plokštumos vietose surenka visus spindulius perėjusius angą, tame tarpe ir nukrypusius nuo tiesios linkmės. Priklausomai nuo angos matmenų ir formos, dalis šviesos nukrypsta įvairiomis kryptimis. Atvaizdas ekrane atrodo kaip dėmė, kurios apšvieta įvairiose vietose yra skirtinga.



5.2.1 pav. Plokščiųjų bangų difrakcijos stebėjimo schema

5.2.1. DIFRAKCIJA VIENAME PLYŠYJE

Tarkim, kad į ilgą (ilgis gerokai didesnis už plotį) plyšį MM' , kurio plotis b , krinta plokščioji banga (5.2.1.1 pav.). Už plyšio yra lėšis ir jo židinio plokštumoje ekranas NN' . Jei šviesa sklįsta tiesiai, ekrane matytųsi siaura šviesi juostelė. Iš tikrųjų bangos sklinda į visas puses, nes kiekvienas plyšį pasiekusios bangos fronto taškas, pagal Hiuigensą, yra antrinių sferinių bangų šaltinis. φ kampu nukrypę spinduliai susirenka taške B_φ .



5.2.1.1 pav. Difrakcija viename plyšyje

Norėdami nustatyti virpesių amplitudę kuriame nors ekrano taške B suskirstykime atvirą bangos paviršiaus dalį į zonas – vienodo pločio siauras juosteles, lygiagrečias su plyšio kraštais. Kiekviena iš šių zonų nagrinėjama kaip į tašką B_φ ateinančių bangų šaltinis. Greitimųjų zonų fazės skiriasi vienodu dydžiu. Elementariųjų bangų amplitudės vienodos, nes zonų plotai vienodi, ir jos vienodai palinkusios į stebimą tašką.

Elementariosios dx pločio zonos sužadintoji amplitudė

$$dA = C dx;$$

čia C – proporcingumo koeficientas, nepriklausantis nuo φ .

Visų zonų siunčiamų virpesių amplitudžių algebrinė suma

$$A_0 = \int_0^b dA = \int_0^b C dx = Cb.$$

$$\text{Iš čia } C = \frac{A_0}{b}. \text{ Tada } dA = \frac{A_0}{b} dx.$$

Šviesos trikdys atitinkamoje plyšio dalyje išreiškiamas taip:

$$dS = \frac{A_0}{b} dx (\cos \omega t).$$

Norint nustatyti viso plyšio poveikį kryptimi φ , reikia įskaityti iš įvairių zonų į tašką B_φ ateinančių bangų fazių skirtumą. Tam brėžiama plokštuma AD , statmena difragavusiems spinduliams. Čia susidaro fazių

skirtumas, nes lęšis nesukuria papildomo fazių skirtumo. Iš 5.2.1.1 pav. matyti, kad spindulių eigos skirtumas

$$FE = x \sin \varphi.$$

Tada AD plokštumos taškuose šviesos trikdys

$$dS = \frac{A_0}{b} dx [\cos(\omega t - k x \sin \varphi)];$$

čia $k = 2\pi/\lambda$.

Visos atviros bangos paviršiaus dalies atstojamasis trikdys taške B_φ reiškiamas integralu x vertėms nuo 0 iki b :

$$\begin{aligned} S &= \int_0^b \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - k x \sin \varphi) dx = \\ &= \frac{A_0}{b} \left(-\frac{\lambda}{2\pi \sin \varphi} \right) \left[\sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right) - \sin \omega t \right] = \\ &= A_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right)}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right). \end{aligned}$$

Prieš kosinusą esančio nario modulis yra atstojamosios bangos amplitudė A_φ taške B_φ :

$$A_\varphi = \left| A_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right)}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi} \right|.$$

Viduriniajam taškui B_0 kampas $\varphi = 0$. Tada $(\pi/\lambda)(b \sin \varphi) = 0$ ir $A_\varphi = A_0$, t. y. iš visų elementariųjų zonų bangos į tašką B_0 ateina vienoda faze. Todėl atstojamoji amplitudė lygi dedamųjų bangų amplitudžių algebrinei sumai.

Kai kampų vertės φ tenkina sąlygą $(\pi/\lambda)(b \sin \varphi) = \pm m \pi$ ($m = 1, 2, \dots$), t. y. kai

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda,$$

atstojamoji amplitudė šiomis kryptimis $A_\varphi = 0$. Ši sąlyga nusako mažiausios apšvietos (*minimumų*) padėtis. Pirmasis minimumas susidaro linkme, apibrėžta sąlyga $\sin \varphi = \pm \lambda/b$.

Tarp minimumų išsidėstę antriniai maksimumai, kurie yra gerokai silpnesni už centrinį maksimumą. Jie susidaro φ vertėms, tenkinančioms sąlygas:

$$\sin \varphi_1 = \pm 1,43 \lambda/b, \quad \sin \varphi_2 = \pm 2,46 \lambda/b, \dots$$

Kadangi intensyvumas proporcingas amplitudės kvadratui, tai

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right)^2};$$

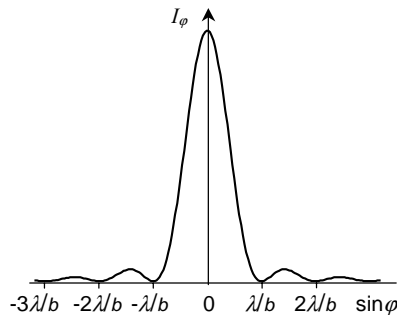
čia I_0 – šviesos intensyvumas difrakcinio vaizdo viduryje, I_φ – intensyvumas B_φ taške φ kryptimi. Šios funkcijos grafikas pa-vaizduotas 5.2.1.2 pav. Minimumų skaičius priklauso nuo santykio b/λ . Antrinių maksimumų intensyvumas sparčiai mažėja. Jei $I_0 = 1$, tai

$$I_0 : I_1 : I_2 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : \dots$$

Maksimumų ir minimumų padėtys priklauso nuo bangos ilgio.

Iš išraiškos $b \sin \varphi = \pm m\lambda$ išplaukia, kad atstumas nuo difrakcinio vaizdo centro iki minimumų didėja mažėjant plyšio pločiui b , t. y. siaurėjant plyšiui centrinis maksimumas plečiasi. Kai $b \approx \lambda$, tai $\sin \varphi \approx 1$ ir $\varphi \approx \pi/2$, t. y. pirmasis minimumas pasislenka į begalinio ekrano kraštą. Tolimesnis plyšio siaurinimas praranda prasmę, nes tada matomas tik monotoniškas apšvietumo mažėjimas visame ekrane.

Didinant plyšio plotį, pirmieji minimumai slenka prie difrakcijos vaizdo centro ir centrinis maksimumas vis labiau ryškėja. Santykinis maksimumo intensyvumas nekinta, o absoliuti vertė didėja, nes didėja energija, pereinanti platų plyšį. Esant tam tikram plačiam plyšiui, centre matomas pakankamai ryškus spinduolio atvaizdas.



5.2.1.2 pav. Intensyvumo skirstinys kai difrakcija vyksta viename plyšyje